

(問題 2)

$f(x)$ はすべての実数 x において微分可能な関数で、関係式 $f(2x) = (e^x + 1)f(x)$ を満たしているとする。

(1) $f(0) = 0$ を示せ。

(2) $x \neq 0$ に対して $\frac{f(x)}{e^x - 1} = \frac{f\left(\frac{x}{2}\right)}{e^{\frac{x}{2}} - 1}$ が成り立つことを示せ。

(3) 微分係数の定義を用いて $f'(0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h)}{e^h - 1}$ を示せ。

(4) $f(x) = (e^x - 1)f'(0)$ が成り立つことを示せ。
